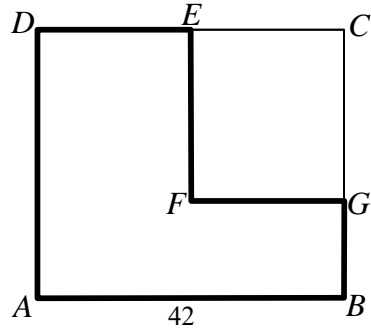


การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 8

5. รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก $ABCD$ มีพื้นที่เท่ากับ 2562 และ $AB = 42$
 E และ G เป็นจุดบนด้าน CD และ BC ตามลำดับ
 F เป็นจุดที่อยู่ภายในสี่เหลี่ยม $ABCD$ ซึ่งทำให้ $CEFG$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
 ความยาวรอบรูปของหกเหลี่ยม $ABGFED$ เท่ากับเท่าใด

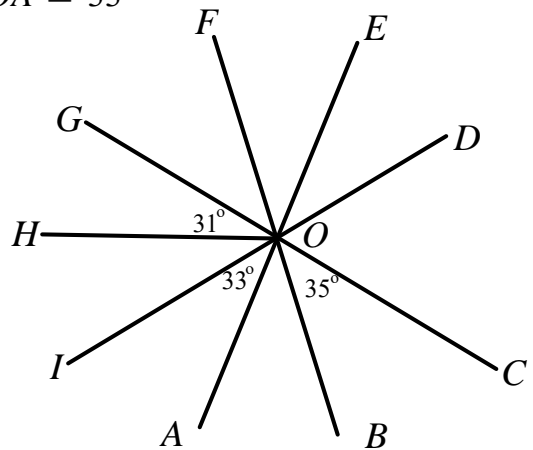
- A. 206 B. 218 C. 230
 D. 238 E. 246



6. จากรูป \overline{AE} , \overline{BF} , \overline{CG} , \overline{DI} ตัดกันที่จุด O และ \overline{OH} แบ่งครึ่ง $\angle GOI$
 ถ้า $\angle BOC = 35^\circ$, $\angle GOH = 31^\circ$ และ $\angle IOA = 33^\circ$

แล้ว ขนาดของ $\angle AOB$ เท่ากับกี่องศา

- A. 39° B. 41° C. 44°
 D. 47° E. 50°



7. จำนวนเต็มตั้งแต่ 25 ถึง 60 ถูกนำมาเขียนเรียงติดกัน เกิดเป็นจำนวนเต็มบวก
 $N = 25262728 \dots 5960$

ถ้า k เป็นจำนวนเต็มบวก ที่ทำให้ 2^k หาร N ลงตัว

แล้ว ค่าสูงสุดที่เป็นไปได้ของ k เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้

- A. $k = 2$ B. $k = 3$ C. $k = 4$
 D. $k = 5$ E. $k > 5$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 8

17. สามเหลี่ยม ABC มี D และ E เป็นจุดบนด้าน AB และ AC ตามลำดับ
ซึ่งทำให้ \overline{DE} ขนานกับ \overline{BC}

ถ้าพื้นที่ของสามเหลี่ยม BCD และสามเหลี่ยม CED เท่ากับ 120 และ 90 ตามลำดับ
แล้ว พื้นที่ของสามเหลี่ยม ABC เท่ากับเท่าใด

- A. 360 B. 400 C. 420
D. 450 E. 480

18. ถ้าพาราโบลา $y = x^2 + bx + c$ มีกราฟสัมผัสแกน X และตัดแกน Y ที่จุด $(0, b)$
โดยที่ $b \neq 0$ แล้ว พาราโบลารูปนี้จะผ่านจุดในข้อใด

- A. $(-3, 3)$ B. $(-1, 1)$ C. $(1, 1)$
D. $(2, 2)$ E. $(3, 3)$

สำหรับแต่ละจำนวนเต็มบวก n

ให้ $S(n)$ คือผลบวกของเลขโดดในแต่ละหลักของจำนวนเต็มบวก n

เช่น $S(29) = 2 + 9 = 11$

จงใช้ข้อมูลนี้หาคำตอบคำถามข้อ 19 และ 20

19. ถ้า $N = \overline{aaaa}$ เป็นจำนวนเต็มบวกสี่หลัก ซึ่งตัวหารที่เป็นบวกของ N มีทั้งหมด 16
จำนวน

แล้ว ผลบวกของค่า a ที่เป็นไปได้ทั้งหมดเท่ากับเท่าใด

- A. 6 B. 8 C. 10
D. 14 E. 15



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 8

20. ถ้า N เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุด ซึ่งทำให้ $S(N) = 2563$

แล้ว เลขโดดในหลักแรกสุดนับจากทางซ้ายของ $N + 1$ คือ

A. 8

B. 7

C. 6

D. 5

E. 4

21. จงหาจำนวนของกลุ่มอันดับของจำนวนเต็ม (m, n) ทั้งหมด ซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$m^2 - m + n^2 = 6$$

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

E. จาก A - D ไม่มีตัวเลือกในข้อใดถูกต้อง

22. วันศุกร์ที่ 13 ถือเป็นวันโชคร้ายในความหมายตะวันตก เกิดเมื่อวันที่ 13 ของเดือนในปฏิทินเกรโกเรียนที่ตรงกับวันศุกร์ ซึ่งเกิดได้อย่างน้อยหนึ่งครั้งต่อปี แต่อาจมีได้ถึงสามครั้งต่อปี

นั่นคือ ในแต่ละปีจะมีอย่างน้อยหนึ่งเดือน และอย่างมากสามเดือน ซึ่งมีวันที่ 13 ตรงกับวันศุกร์

ก, ข และ ค ทั้งสามคนเกิดปีเดียวกัน และเกิดวันศุกร์ที่ 13 เหมือนกัน แต่เกิดคนละเดือนกัน

ถ้าเดือนเกิดของ ก และ ข เป็นเดือนที่อยู่เรียงติดกัน ตามลำดับ

แล้ว เดือนเกิดของ ค ตรงกับเดือนอะไร

A. สิงหาคม

B. กันยายน

C. ตุลาคม

D. พฤศจิกายน

E. ธันวาคม



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 8

ให้นักเรียนศึกษาข้อมูลต่อไปนี้อย่างละเอียดเพื่อใช้ในการตอบคำถามข้อที่ 23 ถึง 25

การเข้ารหัสตัวอักษร (Character Cipher)

ในเทศกาลขึ้นปีใหม่ ค.ศ. 2020 นี้คุณครูประจำชั้นได้ให้นักเรียนทำกิจกรรมอย่างหนึ่ง คือให้นักเรียนแต่ละคนเขียนข้อความลงในบัตรอวยพรส่งให้กับเพื่อนๆ ในห้อง ซึ่งจะมีบางข้อความเป็นความลับที่รู้จักกันเฉพาะเพื่อนร่วมชั้นและคุณครูเท่านั้น บางข้อความที่เขียนจึงเป็นข้อความที่มีการเข้ารหัส และได้ตกลงกับนักเรียนในชั้นเรียน ให้มีการเข้ารหัส และถอดรหัส โดยมีรายละเอียดของข้อมูล ดังนี้

กำหนดให้ใช้ตารางที่ 1 แสดงเลขตัวอักษรกับเลขรหัสแทนตัวอักษรแต่ละตัว

ตัวอักษร	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
เลขรหัส	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

ตัวอักษร	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
เลขรหัส	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

ตารางที่ 1

การเข้ารหัส (Encryption)

ผู้ส่งข้อความ มีขั้นตอนในการเข้ารหัสข้อความดังนี้

ขั้นที่ 1 : นำข้อความปกติ (Plain text) ที่ต้องการส่ง แปลงตัวอักษรแต่ละตัวเป็นเลขรหัสตามตารางที่ 1

ขั้นที่ 2 : ทำการบวกเลขรหัสแทนอักษรแต่ละตัวด้วย 3 ผลลัพธ์ที่ได้นี้เรียกว่าตัวเลขเข้ารหัส แต่ในกรณีที่ผลบวกที่ได้มีค่ามากกว่า 25 ให้นำ 26 ไปลบ เพื่อให้ผลลัพธ์ที่เป็นเลขรหัสน้อยกว่า 26 ตัวอย่างเช่น

- ตัวอักษร H มีเลขรหัสคือ 7 เมื่อบวกด้วย 3 ได้ผลลัพธ์คือ 10 เป็นเลขที่ได้จากการเข้ารหัสของ H
- ตัวอักษร Z มีเลขรหัสคือ 25 เมื่อบวกด้วย 3 ได้ผลลัพธ์คือ 28 ซึ่งมากกว่า 25 ให้นำ 26 ไปลบ ได้ 2 (ซึ่งเกิดจาก $28 - 26$) เป็นเลขที่ได้จากการเข้ารหัสของ Z

ขั้นที่ 3 : แปลงตัวเลขเข้ารหัสแต่ละตัวกลับเป็นตัวอักษรตามตารางที่ 1 อีกครั้ง ผลลัพธ์ของข้อความที่ได้เรียกว่า “ข้อความเข้ารหัส” (Cipher text)



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 8

ตัวอย่างการเข้ารหัสข้อความ

ข้อความปกติ	T	H	A	I
ขั้นที่ 1 : หาเลขรหัสแทนอักษรแต่ละตัว	19	7	0	8
ขั้นที่ 2 : บวกเลขรหัสแต่ละตัวด้วย 3	22	10	3	11
ขั้นที่ 3 : แปลงตัวเลขเป็นตัวอักษรตามตารางที่ 1	W	K	D	L

จากตัวอย่างการเข้ารหัสข้างต้น กำหนดให้ “THAI” เป็นข้อความปกติ

เมื่อเข้ารหัสแล้ว ข้อความเข้ารหัสของ “THAI” คือ WKDL

การถอดรหัส (Decryption)

ผู้รับข้อความ มีขั้นตอนในการถอดรหัสดังนี้

ขั้นที่ 1 : นำข้อความเข้ารหัส (Cipher text) ซึ่งได้รับมาแปลงตัวอักษรแต่ละตัวเป็นเลขรหัสตามตารางที่ 1

ขั้นที่ 2 : ทำการลบเลขรหัสแทนอักษรแต่ละตัวลบออกด้วย 3 ผลลัพธ์ที่ได้นี้เรียกว่าเลขถอดรหัส แต่ในกรณีที่ตัวตั้งมีค่าน้อยกว่า 3 ให้นำ 3 ไปลบออกจาก 26 เพื่อให้ผลลัพธ์เป็นเลขรหัสที่น้อยกว่า 26

ตัวอย่างเช่น

- ตัวอักษร H มีเลขรหัสคือ 7 เมื่อลบด้วย 3 ได้ผลลัพธ์คือ 4 เป็นเลขถอดรหัส
- ตัวอักษร A มีเลขรหัสคือ 0 มีค่าน้อยกว่า 3 ให้ 3 นำไปลบออกจาก 26 ได้ 23 (ซึ่งเกิดจาก $26 - 3$) เป็นเลขถอดรหัส

ขั้นที่ 3 : ทำการแปลงตัวเลขถอดรหัสแต่ละตัวเป็นตัวอักษรตามตารางที่ 1 อีกครั้ง

ผลลัพธ์ของข้อความที่ได้คือ “ข้อความปกติ” (Plain text) ซึ่งเป็นข้อความที่ต้องการส่ง

ตัวอย่างการถอดรหัสข้อความ

ข้อความเข้ารหัส	E	D	Q	J	N	R	N
ขั้นที่ 1 : หาตัวเลขแทนอักษรแต่ละตัว	4	3	16	9	13	17	13
ขั้นที่ 2 : ลบตัวเลขแต่ละตัวด้วย 3	1	0	13	6	10	14	10
ขั้นที่ 3 : แปลงตัวเลขเป็นตัวอักษรตามตารางที่ 1	B	A	N	G	K	O	K

จากตัวอย่างการถอดรหัสข้างต้น กำหนดให้ “EDQJNRN” เป็นข้อความเข้ารหัส

เมื่อถอดรหัสแล้ว ข้อความปกติของ “EDQJNRN” คือ BANGKOK



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 8

กำหนดให้ จำนวนเต็มที่ได้จากข้อความ หมายถึง จำนวนเต็มที่ได้จากการนำเลขรหัสของตัวอักษรแต่ละตัวในข้อความมาเรียงจากซ้ายไปขวา (เลขรหัสคู่ได้ในตารางที่ 1)

ตัวอย่างเช่น

- จำนวนเต็มที่ได้จากข้อความ “THAI” คือ 19708 (หาจากเลขรหัสของ THAI)
- จำนวนเต็มที่ได้จากข้อความเข้ารหัสของ “THAI” คือ 2210311 (หาจากเลขรหัสของ WKDL)
- จำนวนเต็มที่ได้จากข้อความปกติของ “WKDL” คือ 19708 (หาจากเลขรหัสของ THAI)

23. ให้ทำการเข้ารหัสคำว่า “INTERNATIONAL”

ให้ p แทนจำนวนเต็มที่ได้จาก ข้อความเข้ารหัสของ “INTERNATIONAL”

จงหาว่า p มีเลขโดดในแต่ละหลักที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่ตัว

ตัวอย่างเช่น 2563 มีเลขโดดในแต่ละหลักที่แตกต่างกันทั้งหมด 4 ตัว ได้แก่ 2, 3, 5, 6
2020 มีเลขโดดในแต่ละหลักที่แตกต่างกันทั้งหมด 2 ตัว ได้แก่ 0, 2

- A. 7 B. 8 C. 9
D. 10 E. ตั้งแต่ข้อ A. ถึง D. ไม่มีข้อใดถูกต้อง

24. ให้ทำการเข้ารหัสคำว่า “WORLD” กับ “TIME”

ให้ x แทนจำนวนเต็มที่ได้จาก ข้อความเข้ารหัสของ “WORLD”

และ y แทนจำนวนเต็มที่ได้จาก ข้อความเข้ารหัสของ “TIME”

เลขโดดในข้อใดต่อไปนี้ไม่ปรากฏในผลลัพธ์ของ $x - y$

- A. 6 B. 4 C. 2
D. 0 E. ตั้งแต่ข้อ A. ถึง D. ไม่มีข้อใดถูกต้อง



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 8

ตอนที่สาม ข้อ 25 – 29 ตอบถูกได้คะแนนข้อละ 7 คะแนน

ตอบผิด หรือไม่ตอบได้ 0 คะแนน

ในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบที่ไม่เป็นจำนวนเต็ม ให้ตอบเป็นจำนวนเต็มที่มีค่าใกล้เคียงที่สุด และในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบที่มีค่ามากกว่าห้าหลัก ให้ตอบเฉพาะตัวเลขในห้าหลักสุดท้าย

25. กำหนดประโยค Some student hope to get “FKDPSLRQ” award in this contest

โดยที่คำว่า “FKDPSLRQ” เป็นข้อความเข้ารหัส

เมื่อถอดรหัสแล้ว ได้ข้อความปกติของ “FKDPSLRQ”

ให้ q แทนจำนวนเต็มที่ได้จากข้อความปกติของ “FKDPSLRQ”

จงหาผลบวกของเลขโดดในแต่ละหลักของ q

26. จำนวนเต็มที่ยิ่งมากที่สุด ซึ่งมีค่าน้อยกว่า หรือเท่ากับ $\frac{2020}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \dots}}}}}}$

คือจำนวนใด

การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 8

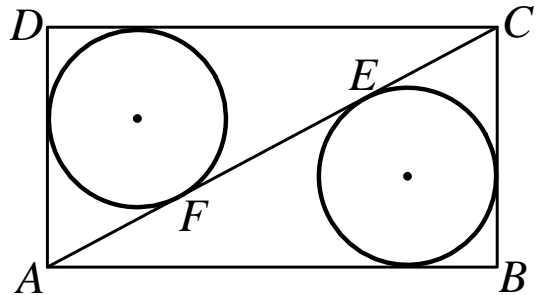
27. สี่เหลี่ยมมุมฉาก $ABCD$ มี $CA = 87$

วงกลมแนบในสามเหลี่ยม ABC สัมผัสด้าน CA ที่จุด E

และวงกลมแนบในสามเหลี่ยม ADC สัมผัสด้าน CA ที่จุด F

ถ้า $EF = 3$

แล้ว พื้นที่ของสี่เหลี่ยม $ABCD$ เท่ากับเท่าใด



28. จำนวนพาลินโดรม คือจำนวนเต็มบวก ซึ่งเมื่อเขียนตัวเลขในแต่ละหลักสลับจากหลังไปหน้า จะได้จำนวนที่มีค่าเท่าเดิม ตัวอย่างเช่น 13431, 2552 และ 77 เป็นจำนวนพาลินโดรม

จำนวนพาลินโดรมห้าหลัก ซึ่งมีหลักร้อยเป็นจำนวนคู่ มีทั้งหมดกี่จำนวนที่ถูกหารด้วย 11 ลงตัว

29. จำนวนเต็ม n ที่มีค่าตั้งแต่ 2020 ถึง 2563 มีทั้งหมดกี่จำนวน ซึ่งทำให้ $17^n + 17$ ถูกหารด้วย 10 ลงตัว



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 8

ข้อโบนัส นักเรียนเลือกทำ หรือไม่ทำก็ได้

ถ้าตอบถูกได้ 20 คะแนน ตอบผิดได้ -7 คะแนน ไม่ตอบได้ 0 คะแนน

ในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบที่ไม่เป็นจำนวนเต็ม ให้ตอบเป็นจำนวนเต็มที่มีค่าใกล้เคียงที่สุด และในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบที่มีค่ามากกว่าห้าหลัก ให้ตอบเฉพาะตัวเลขในห้าหลักสุดท้าย

30. การเรียงลำดับแบบฟอง (Bubble sort) เป็นวิธีการเรียงลำดับข้อมูลวิธีหนึ่ง ที่นิยมใช้สำหรับการเรียงข้อมูลจากน้อยไปมากหรือมากไปน้อยสำหรับการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ซึ่งมีแนวคิดคืออาศัยการเปรียบเทียบข้อมูลสองตัวที่อยู่ติดกัน โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

กำหนดลำดับของตัวเลขชุดหนึ่งคือ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n$

- เริ่มต้นกระบวนการเรียงลำดับแบบฟองกับลำดับ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n$

(i) เปรียบเทียบค่าของ a_1 กับ a_2 แล้วทำตามเงื่อนไขดังนี้

ถ้า $a_1 > a_2$ ให้สลับเฉพาะค่าของ a_1 กับ a_2 แต่ถ้า $a_1 \leq a_2$ ไม่มีการเปลี่ยนแปลงใดๆ

(ii) เปรียบเทียบค่าของ a_2 กับ a_3 แล้วทำตามเงื่อนไขดังนี้

ถ้า $a_2 > a_3$ ให้สลับเฉพาะค่าของ a_2 กับ a_3 แต่ถ้า $a_2 \leq a_3$ ไม่มีการเปลี่ยนแปลงใดๆ

...

เปรียบเทียบเช่นนี้กับคู่ต่อไปจนกระทั่งถึงคู่สุดท้าย แล้ว ทำตามเงื่อนไขเสร็จ

ถือว่าจบกระบวนการเรียงลำดับแบบฟอง 1 รอบ

ถ้าลำดับผลลัพธ์ที่ได้มีค่าเรียงจากน้อยไปมากแล้ว ถือว่าการเรียงจากน้อยไปมากเสร็จสมบูรณ์ แต่ถ้าลำดับผลลัพธ์ที่ได้ยังมีบางค่าเรียงลำดับจากน้อยไปมากไม่ถูกต้อง ให้เริ่มต้นกระบวนการเรียงลำดับแบบฟองอีกครั้ง ทำกระบวนการเรียงลำดับแบบฟองจนกระทั่ง ลำดับผลลัพธ์ที่ได้เรียงจากน้อยไปมากอย่างสมบูรณ์



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 8

พิจารณาตัวอย่างการเรียงลำดับแบบฟองดังนี้

กำหนดให้ลำดับเริ่มต้นคือ 3, 4, 1, 2

- เริ่มต้นกระบวนการเรียงลำดับแบบฟอง

(i) เปรียบเทียบค่าของ 3 กับ 4 ในลำดับ 3, 4, 1, 2

เนื่องจาก $3 \leq 4$ จึงไม่มีการเปลี่ยนแปลง \rightarrow ลำดับผลลัพธ์ที่ได้คือ 3, 4, 1, 2

(ii) เปรียบเทียบค่าของ 4 กับ 1 ในลำดับ 3, 4, 1, 2

เนื่องจาก $4 > 1$ จึงสลับค่ากัน \rightarrow ลำดับผลลัพธ์ที่ได้คือ 3, 1, 4, 2

(iii) เปรียบเทียบค่าของ 4 กับ 2 ในลำดับ 3, 1, 4, 2

เนื่องจาก $4 > 2$ จึงสลับค่ากัน \rightarrow ลำดับผลลัพธ์ที่ได้คือ 3, 1, 2, 4

จบการเรียงลำดับแบบฟองรอบที่ 1 เกิดการสลับค่ากันรวม 2 ครั้ง (เกิดในขั้นตอนที่ (ii), (iii))

สังเกตว่าเมื่อดำเนินการเรียงลำดับแบบฟองครบ 1 รอบ จำนวนที่มีค่ามากที่สุดจะไปอยู่ในตำแหน่งที่ถูกต้องในรอบนี้คือ 4 (เป็นที่มาของชื่อ การเรียงลำดับแบบฟอง คือ จำนวนที่มากที่สุดจะถูกทำให้ลอยขึ้นไปอยู่ที่ตำแหน่งสุดท้ายเหมือนฟองอากาศที่ลอยขึ้น) เมื่อดำเนินการเรียงลำดับแบบฟองอีก 2 รอบ ลำดับที่ได้จะเรียงจากน้อยไปมากอย่างสมบูรณ์

ถ้านำจำนวน 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 มาจัดเรียงแบบสุ่มให้เป็นลำดับที่มี 10 จำนวน

ได้เป็น $a_1, a_2, a_3, \dots, a_9, a_{10}$ จากนั้นให้ดำเนินการเรียงลำดับแบบฟอง 1 รอบ

จงหาว่ามีรูปแบบของการจัดเรียงที่หลังจากดำเนินการเรียงลำดับแบบฟอง 1 รอบ

แล้ว ลำดับของผลลัพธ์ที่ได้มีค่าของ a_3 ถูกย้ายตำแหน่งไปอยู่ที่ตำแหน่งของ a_6

เฉลยคำตอบ TMC@8 รอบประเมินศักยภาพ

Q	ม.3
1	D
2	C
3	D
4	E
5	A
6	E
7	B
8	D
9	E
10	C
11	B
12	C
13	B
14	A
15	B
16	C
17	E
18	B
19	D
20	A
21	C
22	D
23	A
24	A
25	35
26	1478
27	3780
28	35
29	136
30	86400